科 目 名	**微 分 積 分 学 I**	担当者名	**渕 野 昌**	所要時間	**75** 分	2006 年 7 月 24 日 (月) 15:10〜16:25 施行
持 込	**不 可**					
添付する解答用紙	1 枚配付（問題用紙の回収 要 ・ 否）	計算用紙 0 枚配付				

このテストの回答例を含む過去問のファイルは http://math.cs.kitami-it.ac.jp/~fuchino/chubu/ からダウンロードできます.

I. 以下の空欄 $\boxed{\mathrm{A}}$ ～ $\boxed{\mathrm{R}}$ にあてはまる数値，数式，計算，語句，または，その他の表現を，解答用紙の該当する欄に書き込んでください．必要なら結果だけでなく途中計算も書きこんでください．問題のテキストが他の問題のヒントになっているものもあります．よく考えて解答してください．

1) 関数 $f(x)$ が関数 $F(x)$ の $\boxed{\mathrm{A}}$ のとき，$F(x)$ は $f(x)$ の原始関数であるという．$F_1(x)$ と $F_2(x)$ が共に $f(x)$ の原始関数なら，$\dfrac{d}{dx}(F_1(x)-F_2(x))=\boxed{\mathrm{B}}$ となるから，$F_1(x)-F_2(x)$ は $\boxed{\mathrm{C}}$ となることがわかる．$F(x)$ が $f(x)$ の原始関数のとき，$\displaystyle\int f(x)dx=\boxed{\mathrm{D}}$ と書く．$f(x)$ の a から b までの定積分は，$\boxed{\mathrm{E}}$ とあらわされるが，微分積分学の基本定理により，この値は，$F(b)-\boxed{\mathrm{F}}$ となる．

2) $f(x)$, と $g(x)$ を微分可能な関数とするとき，$(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ である．この等式の両辺を積分して移項すると，部分積分の公式 $\displaystyle\int f'(x)g(x)dx=\boxed{\mathrm{G}}$ が得られる．

3) $F(x)$ を $f(x)$ の原始関数の一つとするとき，$\dfrac{d}{dx}F(g(x))=\boxed{\mathrm{H}}$ となるから，$\displaystyle\int_a^b f(g(x))g'(x)dx=\boxed{\mathrm{I}}$ となる．

これを用いると，$\displaystyle\int \sin x\,dx=\boxed{\mathrm{J}}$ に注意して，$\displaystyle\int_0^{\sqrt[7]{\pi/2}} x^6\sin x^7dx=\boxed{\mathrm{K}}$ となることがわかる．

4) $f(x)=\log|\cos x|$ とすると，$f'(x)=\boxed{\mathrm{L}}$ である．これを用いると，$\displaystyle\int \tan x\,dx=\boxed{\mathrm{M}}$ となることがわかる．

5) $f(x)$ を 4 回微分可能な関数とするとき，マクローリンの定理から，すべての x に対し，ある $0<\theta<1$ で，$f(x)=f(0)+f'(0)x+\dfrac{1}{2}f''(x)x^2+\dfrac{1}{3!}f'''(0)x^3+\dfrac{1}{4!}f^{(4)}(\theta x)x^4$ となるものがとれる．これを用いて e の値の概算をすることを考える．ただし，$0<e<3$ となることはわかっているものとする．$(e^x)'=(e^x)''=(e^x)'''=\boxed{\mathrm{N}}$ だから，ある $0<\theta<1$ に対し，$e=e^1=e^0+e^0\cdot1+\dfrac{1}{2!}e^0\cdot1^2+\dfrac{1}{3!}e^0\cdot1^3+\dfrac{1}{4!}e^{\theta\cdot1}\cdot1^4$ となる．$0<e^{\theta\cdot1}<e<3$ だから，$0<\dfrac{1}{4!}e^{\theta\cdot1}\cdot1^4<\boxed{\mathrm{O}}$ である．したがって，$\boxed{\mathrm{P}}<e<\boxed{\mathrm{Q}}$ という評価が得られる．

7) $f(x)$ と $g(x)$ を 2 つの関数とするとき，区間 $[a,b]$ で $f(x)\le g(x)$ がつねに成り立つなら，xy-平面上 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$ の 4 つの曲線で囲まれた領域の面積は，$\boxed{\mathrm{R}}$ となる．

II. 次の問題 A, B の解答 を解答用紙の該当する欄に記入してください．解答は結果だけでなく，なぜそうなるかが分るように書くこと．

A). $f(x)=xe^{-x}$ とする．このとき，　**(1)** $f'(x)$, $f''(x)$ を求めよ．　**(2)** $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)$ を求めよ．

(3) $f(x)$ の増減表（$f'(x)$, $f''(x)$ の正負の表示を含むもの）を作成し，この関数の増加，減少，極大，極小，極値，凹凸，変曲点を調べよ．

(4) (3) を用いてグラフの概略図を描け．

B). $f(x)=e^x$, $g(x)=\dfrac{1}{2}\sin 3x$ とする．このとき

(1) 曲線 $y=f(x)$, $y=g(x)$, および y-軸と $x=\pi$ で囲まれる xy-平面上の領域を図示せよ．

(2) $0\le x$ となるすべての x に対し，$f(x)\ge g(x)$ が成り立つことを示せ．

(3) (1) での領域の面積を計算せよ．

2006 年 7 月 24 日 (月) 15:10〜16:25 施行

I.

A	導関数	B	$\frac{d}{dx}F_1(x) - \frac{d}{dx}F_2(s) = f(x) - f(x) = 0$
C	定数関数	D	$F(x) + C$
E	$\int_a^b f(x)dx$	F	$F(a)$
G	$f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$	H	$F'(g(x))g'(x) = f(g(x))g'(x)$
I	$[F(g(x))]_a^b = [F(y)]_{y=g(a)}^{g(b)} = F(g(b)) - F(g(a))$	J	$-\cos x + C$
K	$\frac{1}{7}\int_0^{\sqrt[7]{\pi/2}}(x^7)'\sin x^7 dx = \frac{1}{7}[-\cos y]_0^{\pi/2} = \frac{1}{7}$	L	$\frac{1}{\cos x}(\cos x)' = -\frac{\sin x}{\cos x} = -\tan x$
M	$-\log\lvert\cos x\rvert + C$	N	e^x
O	$\frac{1}{4!}\cdot 3 = \frac{1}{8} = 0.125$	P	$1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3!} = 2.\dot{6}$
Q	$2,\dot{6} + 0.125 = 2.791\dot{6}$	R	$\int_a^b (g(x) - f(x))dx$

II. A)

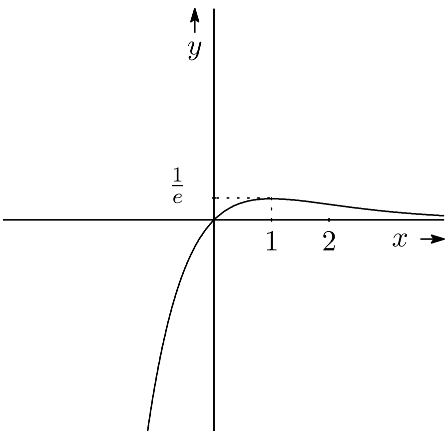
(1): $f'(x) = (x)'e^{-x} + x(e^{-x})' = e^{-x} - x(e^{-x}) = (1-x)e^{-x}$.
$f''(x) = -e^{-x} - (e^{-x} - x(e^{-x})) = -2e^{-x} + xe^{-x} = (-2+x)e^{-x}$.

(2): $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{e^{-x}} = -\infty$. $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{(x)'}{(e^x)'} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{e^x} = 0$.

(3):

x		0		1		2	
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	$\frac{2}{e^2}$	$\searrow$
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$f''(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$

(4):

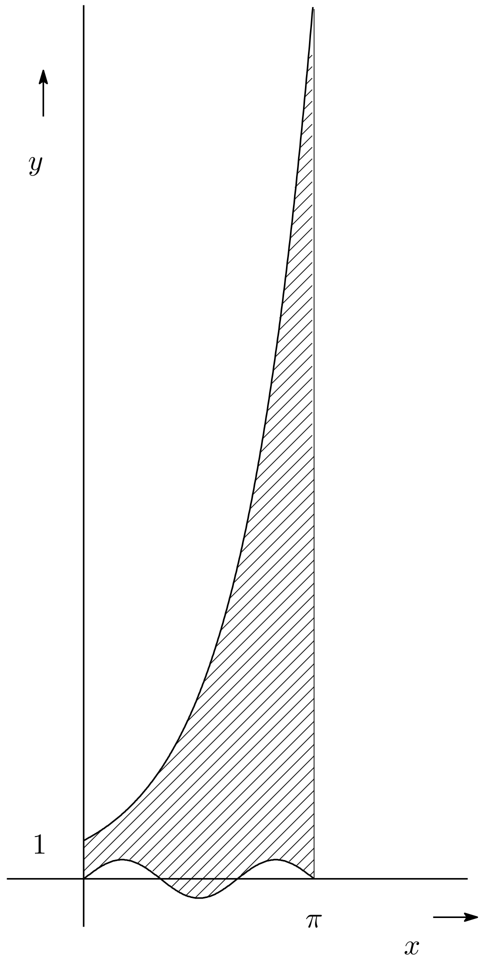


学部　　　　学科	年次	学生証番号	番	氏 名	

ウラに続く

II. B)

(1):



(2): $0 \leq x$ のとき，$f(x) = e^x \geq e^0 = 1 > \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}\sin 3x = g(x)$ となるからよい.

(3): $\int_0^\pi \left(e^x - \frac{1}{2}\sin 3x\right) dx = \left[e^x + \frac{1}{6}\cos 3x\right]_0^\pi = e^\pi - \frac{1}{6} - (e^0 + \frac{1}{6}) = e^\pi - \frac{4}{3}$