

以下は、6月1日に提出してもらったレポートの解説と解答例です。この文書は

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-06s-report02.pdf>

として downloadable です。

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-06s.html>

にはこのファイルをはじめ、講義に関連する資料のリンクがあります。

1. 次は、ある変量  $x$  と  $y$  の測定データです。

x	6	7	4	5	8
y	5	6	4	4	6

(a)  $x$  と  $y$  の相関図を描いてください。

(b)  $x$  と  $y$  の相関係数を求めてください。

$x$  と  $y$  の平均はそれぞれ  $\bar{x} = \frac{6+7+4+5+8}{5} = 6$ ,  $\bar{y} = \frac{5+6+4+4+6}{5} = 5$  だから、

$x$  と  $y$  の標準偏差は、それぞれ  $\sigma(x) = \sqrt{\frac{(6-6)^2 + (7-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2}{5}} =$

$\sqrt{2}$ ,  $\sigma(y) = \sqrt{\frac{(5-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2}{5}} = \sqrt{0.8}$  となる。教科書 37 ページの相関係数の式に、これら値、および  $N = 5$  とデータの各値を代入すると、

$$r(x, y) = \frac{1}{5} \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{0.8}} ((6-6)(5-5) + (7-6)(6-5) + (4-6)(4-5) + \dots) \approx 0.95$$

(c) このデータの回帰直線をあらわす式を求め、(a) で作成した相関図にこの回帰直線を記入してください。

$$C(x, y) = \frac{1}{5} ((6-6)(5-5) + (7-6)(6-5) + (4-6)(4-5) + \dots) = \frac{6}{5}$$

だから、教科書 41 ページによりこのデータでの  $y$  の  $x$  への回帰直線は

$$y = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}(x - 6) + 5$$

つまり  $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$  で表される。

注意: この問題はあくまで演習用です。一般には、サイズが5くらいの変量データの相関を考察することはあまり意味がありません。

2. さいころを2つころがしたとき、出た目の積を与える確率変数を  $X$  とします。

(a)  $P(X = 1), P(X = 2), \dots, P(X = 6)$  は何になるか考えてください。

教科書 48 ページの下の表と同様な表をここでの  $X$  に対して作ると、

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

となるから、たとえば、 $X$  の値が 1 となるのは  $6 \times 6 = 36$  個の組合せのうち  $1 \times 1$  の 1 つなので、 $P(X = 1) = \frac{1}{36}$  となる。また、 $X$  の値が 2 となるのは  $1 \times 2$  と  $2 \times 1$  の 2 つの組合せとなるので、 $P(X = 2) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$  となる。同様にして、

$$P(X = 3) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{9}, P(X = 5) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18},$$

$$P(X = 6) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}, P(X = 7) = 0, P(X = 8) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 9) = \frac{1}{36},$$

$$P(X = 10) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 11) = 0, P(X = 12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}, P(X = 13) = 0,$$

$$P(X = 14) = 0, P(X = 15) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 16) = \frac{1}{36}, P(X = 17) = 0,$$

$$P(X = 18) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 19) = 0, P(X = 20) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18},$$

$$P(X = 21) = P(X = 22) = P(X = 23) = 0, P(X = 24) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(X = 25) = \frac{1}{36},$$

$$P(X = 26) = P(X = 27) = P(X = 28) = P(X = 29) = 0, P(X = 30) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18},$$

$$P(X = 31) = \dots = P(X = 35) = 0, P(X = 36) = \frac{1}{36}.$$

また  $k > 36$  に対しては  $P(X = k) = 0$  である。

(b)  $P(2 \leq X \leq 8)$  は何になるでしょうか?

$$P(2 \leq X \leq 8) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) \text{ だから, (a) から, } P(2 \leq X \leq 8) = \frac{2 + 2 + 3 + 2 + 2 + 4 + 0 + 2}{36} = \frac{17}{36}$$

である。

(c)  $E(X), V(X), \sigma(X)$  を求めてください。

$$E(X) = 1 \cdot P(X = 1) + \dots + 36 \cdot P(X = 36) = 1 \cdot \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{2}{36} + \dots + 36 \cdot \frac{1}{36} = 49/4 = 12.25$$

$$V(X) = (1 - E(X))^2 \cdot P(X = 1) + \dots + (36 - E(X))^2 \cdot P(X = 36) = 11515/144 \approx 79.97$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 8.9$$

(d)  $V(3X + 2)$  と  $\sigma(3X + 2)$  を求めてください .

教科書 55 ページの囲みの中の (3) と上の (c) から

$$V(3X + 2) = 3^2V(X) \approx 719.69$$

$$\sigma(3X + 2) = \sqrt{V(3X + 2)} \approx 26.8$$

(e)  $E(2X^2 - X + 3)$  を求めてください .

教科書 55 ページの囲みの中の (1) と教科書 65 ページの囲みの中の (1) から

$$E(2X^2 - X + 3) = 2E(X^2) - E(X) + 3$$

したがって , 教科書 55 ページの囲みの中の (2) から ,

$$E(2X^2 - X + 3) = 2(V(X) + (E(X))^2) - E(X) + 3$$

である . この式に上での計算結果を代入して ,  $E(2X^2 - X + 3) \approx 888.98$