

1 次の問に答えよ。

(1) 1 変数関数 $y = f(x)$ の不定積分の定義を述べよ。

(2) 1 変数関数 $y = f(x)$ の区間 $[a, b]$ における定積分の定義を述べよ。

(3) $\int_1^2 x^2 dx$ は積分可能か。不可能な場合はその事を示し。可能な場合は定義に基

づいて積分を計算せよ。ただし $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ を用いてよい。

2 次の広義積分は収束するか。収束しないときはそのことを示し、収束するときは計算せよ。

(1) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx$

(2) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^4} dx$

(3) $\int_0^{\infty} \frac{1}{4+x^2} dx$

3 $\int_0^1 \frac{1}{x^2-9} dx$ を求めよ。

4 $x = x(t) = t^2 - t^4, y = y(t) = t - t^3$ でパラメータ表示された曲線について次の問に答えよ。

(1) この曲線の概形を書け。

(2) この曲線によって囲まれる部分のうち第 1 象限にある部分の面積を求めよ。

5 $y = x^2$ と $y = 5x$ にはさまれる領域の面積を求めよ。またこの領域を x 軸の周りに回転してできる回転体の体積を求めよ。

6 「(仕事)=(力) \times (移動距離)」という関係がある。バネが x 伸ばされたとき働く力は k を比例定数とすると、 $F = kx$ であった。バネを x 伸ばすのに必要な仕事を求めよ。

7 $r = f(\theta) = 1 + \cos \theta$ と極座標表示されている曲線を心臓形 (cardioid) という。これについて次の問に答えよ。

(1) この曲線の概形を書け。

(2) この曲線によって囲まれる部分の面積を求めよ。