

解析学 I 演習に対する追加説明 #14

- 演習問題の解答で以下のように計算している人が若干いました。このような計算を私は合成関数の積分法と呼んでいます。勿論

合成関数の積分法

などというものは存在しないし、このような方法で計算してはいけません。

- このような計算をしている間は積分計算は絶対にできるようなことはありません。
- 例をあげましょう。

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

を計算します。 $X = a^2 - x^2$ とおくと

$$\int \frac{1}{\sqrt{X}} dX = 2\sqrt{X} \quad (1)$$

であり、

$$(a^2 - x^2)' = -2x \quad (2)$$

なので

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \frac{1}{-2x} 2\sqrt{X} = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} \quad (3)$$

- 検算 (微分) してみれば分かるように、式 (3) は正しくありません。
- (1) および (2) は正しい式ですが、これから (3) はでてきません。
- このような方法 (合成関数の積分法) で計算ができるのなら、「ルートの中の 2 次式」でやったような、置換積分は必要ないはずです。こんな方法で絶対計算をしないで下さい。
- もう 1 つ例をあげます。

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx$$

を計算するとき，この方法では $X = x^2 + a^2$ とおき

$$\int \frac{1}{X} dX = \log X$$

と

$$(x^2 + a^2)' = 2x$$

から

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2x} \log X = \frac{1}{2x} \log(x^2 + a^2)$$

と計算する。

- 最後にしつこく

絶対にしないで下さい。