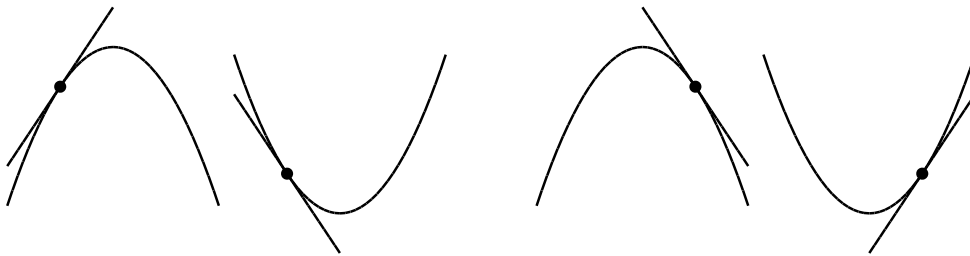
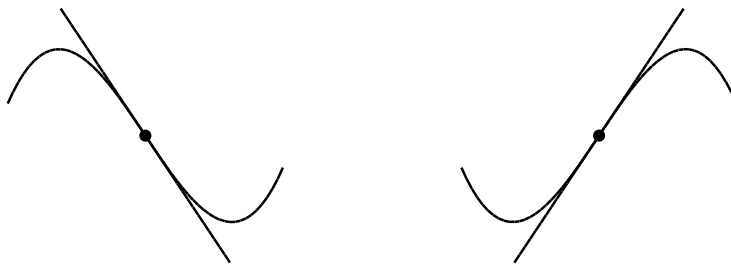


## 解析学 I に対する追加説明 #5

- 関数のグラフの概形を描くことについて追加説明をする。
- 導関数  $f'(x)$  とグラフの増減についてはほとんどの人ができているが、2 次導関数  $f''(x)$  とグラフの凹凸については不十分な人が目立つ。
- そもそも 2 階の導関数を求めていない人：問題文をよく読んで、要求されていることに解答すること。「凹凸を調べ」と書いてあるので、凹凸を調べずに概形を書くのは解答にはならない。
- 2 階の導関数を求め、増減表に凹凸は書いてあるのだが、グラフの概形にそれが反映されていない人：

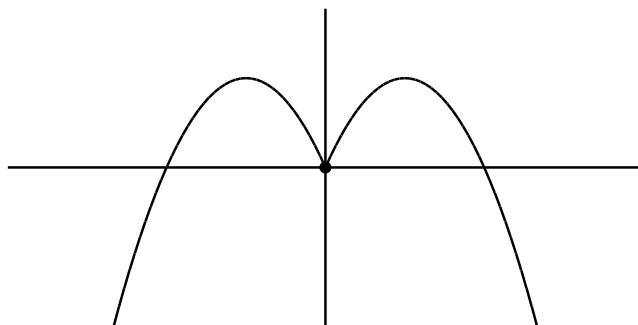


変曲点の周りでは関数は上図のようにはならない。



変曲点の前後では「上に凸」から「下に凸」に変わるか、「下に凸」から「上に凸」に変わる。「上に凸」のときは接線の下にグラフがあり、「下に凸」のときは接線の上にグラフがある。よって変曲点の周りでは上図のようになる。

- 図の小さい人：概形を書くためにはある程度の大きさが必要。小さい図では変曲点の様子をきちんと書くことは難しい。
- 微分可能な関数のグラフではグラフに「カド」ができることはない。微分可能な関数のグラフが下図のような「とがった」グラフになることはない。



- 計算間違いのためグラフが違う形になった人へ： $f'(x) = 0$ の解を1つ見落とすとそうなる。いつでもチェックできるとは限らないが、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

を調べ、グラフと整合的にチェックすると間違いに気づく場合も多い。

- グラフの概形を描くポイントは、グラフの概形の「大切な」所はきちんと、そうでない所はそれなりに、描くことである。前期の講義でも述べたが、

天網恢恢疎にして漏らさず

という言葉はその勘所を表している。

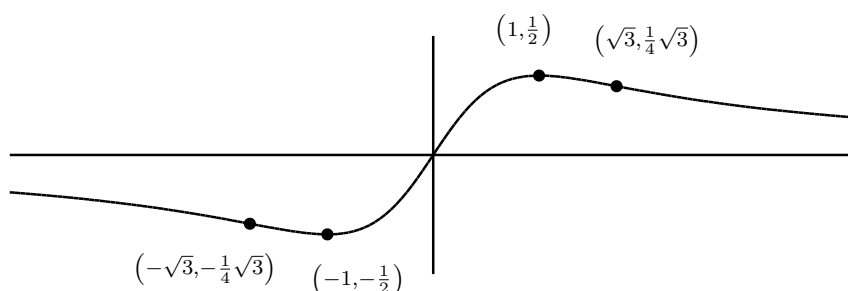
大切な所、具体的には

- (1) 極点
- (2) 変曲点
- (3)  $x$  軸,  $y$  軸との交点
- (4) その他個々のグラフで大切な所

などがそれにあたる。

- そういう意味で言うと、グラフの概形は「漫画」のようなものと考えることができる。

極値・変曲点などの特徴を際立たせて書くこともひとつの方法である。例えば  $y = f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  のグラフは正確には下図である。



これを極値を際立たせて下図のように書くことも考えられる。

グラフの図を近似計算に用いることは普通ないので、極値の周りと変曲点の周りが正しく、その他  $x$  軸、 $y$  軸との交点等の正しければ、「りっぱな」概形と言える。

