

追加問題を作って欲しいという要望があったので作りました。参考にしてください。

追加演習問題 1.1 次を真理表を書くことにより証明せよ。

(1) $P \vee Q \equiv Q \vee P$

(2) $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$

(3) $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

追加演習問題 1.2 次において P は Q の「必要十分条件, 必要条件ではあるが十分条件ではない, 十分条件ではあるが必要条件ではない, 必要条件でも十分条件でもない」のいずれかであるか決定せよ。ここで x, y は実数とする。

(1) $P : (x + 1)(y + 1) = 0, \quad Q : x = -1$ または $y = -1$

(2) $P : (x + 1)(y + 1) = 0, \quad Q : x = -1$ かつ $y = -1$

(3) $P : (x + 1)(y + 1) = 0, \quad Q : x \neq -1$ かつ $y = -1$

(4) $P : (x + 1)(y + 1) = 0, \quad Q : x \neq -1$ または $y = -1$

追加演習問題 1.3 a, b は与えられた実数とする。

$$\text{任意の } x \in \mathbb{R} \text{ に対し } a > x \implies b > x$$

の否定命題をつくれ。またこの命題の意味を考えることにより, a と b がどのような関係にあるとき真になるか考察せよ。

追加演習問題 1.4 関数 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ が a で連続であることの「厳密な」定義は「任意の実数 $\varepsilon > 0$ に対しある実数 $\delta > 0$ が存在して, 任意の実数 x に対し, $0 < |x - a| < \delta \implies |f(x) - f(a)| < \varepsilon$ 」となることである。関数 f が a で連続でないとい命題を「任意」と「存在」を用いて書け。

追加演習問題 2.1 $N_0 = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq 0\}$ とする。 $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ は } 8 \text{ で割ると余りが } 3 \text{ である}\}$, $B = \{n \mid \text{ある } k \in \mathbb{N}_0 \text{ が存在して } n = 8k + 3\}$ とするとき次を示せ。

(1) $B \subseteq A$

(2) $A \subseteq B$

(3) $A = B$

追加演習問題 2.2 写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射であるとは「任意の $y \in Y$ に対し元 $x \in X$ が存在して $y = f(x)$ となる」ことである。また写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射であるとは、「任意の $x, x' \in X$ に対し $x \neq x'$ ならば $f(x) \neq f(x')$ が成立する」ことである。このとき次の問いに答えよ。

(1) 「写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射でない」という命題を「任意」と「存在」を用いて表せ。

- (2) 「写像 $f: X \rightarrow Y$ が全射でない」という命題を「任意」と「存在」を用いて表せ。
- (3) $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ を $f(1) = 4, f(2) = 3, f(3) = 2, f(4) = 1, f(5) = 4$ で定義する。このとき f が単射であるかどうか理由をつけて述べよ。
- (4) $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ を $f(1) = 4, f(2) = 3, f(3) = 2, f(4) = 1$ で定義する。このとき f が単射であるかどうか理由をつけて述べよ。
- (5) $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ を $f(1) = 4, f(2) = 1, f(3) = 3, f(4) = 1, f(5) = 4$ で定義する。このとき g が全射であるかどうか理由をつけて述べよ。
- (6) $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ を $f(1) = 4, f(2) = 1, f(3) = 3, f(4) = 2$ で定義する。このとき g が全射であるかどうか理由をつけて述べよ。