数学序論演習に対する追加説明#10

- 三角関数の諸公式は色々あるが，すべてを並列に憶えるのではなく，基本的な式から導き出せるようにしておくことが重要である。その様な視点から考えると，次の 4 つの事項は重要である。

  (1) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

  (2) 2 つの三角形の辺の長さ

  (3) 三角関数のグラフ

  (4) 加法定理

- グラフで考えるときは次のグラフに関する定理も重要である。

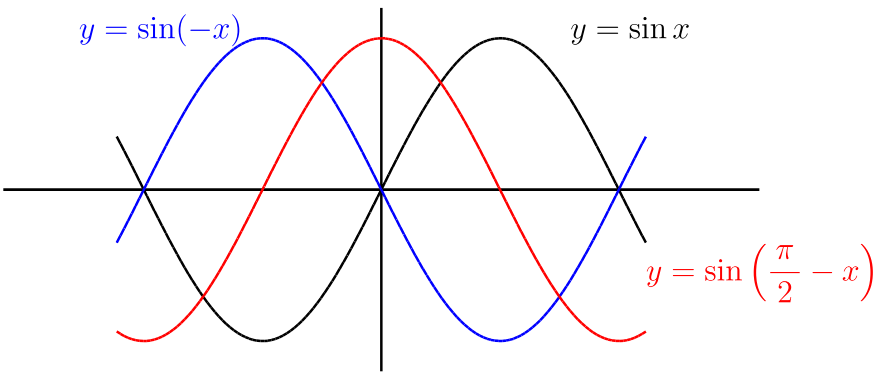
  (1) $y = f(x)$ のグラフを x 軸の正の方向に a，y 軸の正の方向に b 移動したグラフを与える式は $y - b = f(x - a)$ である。

  (2) $y = f(x)$ のグラフを y 軸に関して折り返したグラフ，および $y = f(x)$ のグラフを x 軸に関して折り返したグラフを与える式はそれぞれ $y = f(-x)$ および $-y = f(x)$ である。

- グラフを用いて $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ がどうなるかを考える。

$$\boxed{\sin x \longrightarrow \sin(-x) \longrightarrow \sin\left(-\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right)}$$

と考えると，$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ のグラフは $y = \sin x$ のグラフを y 軸で折り返し，それを x 軸の正の方向に $\frac{\pi}{2}$ だけ移動したグラフになる。下図より $\cos x$ であることが分かる。



- 前項で

$$\sin x \longrightarrow \sin(-x) \longrightarrow \sin\left(-x+\frac{\pi}{2}\right)$$

と考えてもよいが，これを y 軸で折り返した後，x 軸の正の方向に $-\dfrac{\pi}{2}$ (負の方向に $\dfrac{\pi}{2}$) 移動と**考えてはならない**。対称移動，平行移動はあくまでも

$$x \longrightarrow x-a, \quad x \longrightarrow -x$$

の変化であり $-x$ に $\dfrac{\pi}{2}$ を加えても $-\dfrac{\pi}{2}$ の平行移動を表す訳ではない。

- $y=f(a-x)$ は

$$\begin{aligned} f(x) &\longrightarrow f\left(x+\frac{a}{2}\right) \longrightarrow f\left(-x+\frac{a}{2}\right) \\ &\longrightarrow f\left(-\left(x-\frac{a}{2}\right)+\frac{a}{2}\right) \end{aligned}$$

と考えると，$-\dfrac{a}{2}$ だけ平行移動して，そこで y 軸に関し対称移動をし，更に $\dfrac{a}{2}$ だけ平行移動したものと考えられる。この移動は直線 $x=\dfrac{a}{2}$ に関する対称移動と考えられる。

この見方からすると，$y=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$ のグラフは，$y=\sin x$ のグラフを直線 $x=\dfrac{\pi}{4}$ で折り返したものと考えられる。