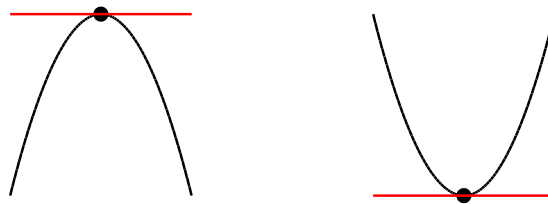


数学序論追加説明#13

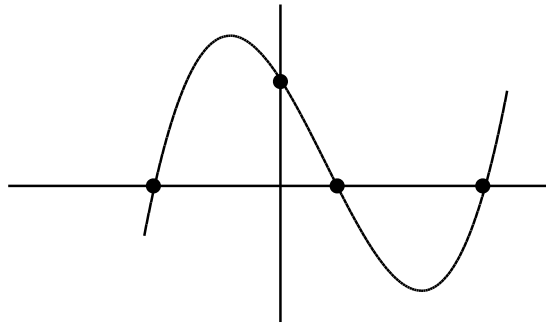
- 「グラフの概形を描く」ことができていな人が私の予想した以上にいたので、少し解説しておく。

天網恢恢疎にして漏らさず

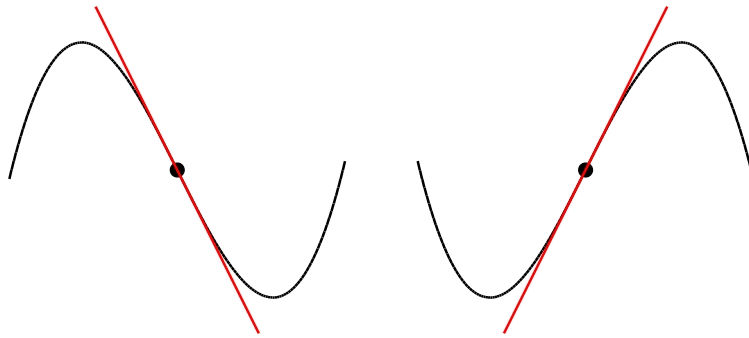
- 何を書いているんだと思うかもしれないが、グラフの概形を書くときの心構えである。「天の網はなかなかたいしたものだ。粗い様に見えて肝心なところは見逃さない」、という意味でしょうか。
- グラフの概形を描くとき「肝心な所」とはどこか。最初に押さえておくべきは定義域である。明示的に書かれていなくても関数により定義域がすべての実数でない場合がある。例えば $\log x$ とあれば定義されるためには $x > 0$ である必要がある。 x^{-x^2} の場合、指数関数 a^x の定義に $a > 0$ が必要だったことを思い出すと、 $x > 0$ である。 $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{3}}$ の場合も $1 - \frac{1}{x} > 0$ となる必要がある。
- 極点も重要である。極大、極小をとる点である。ここで曲線は向きを変えるのできちんと書く必要がある。



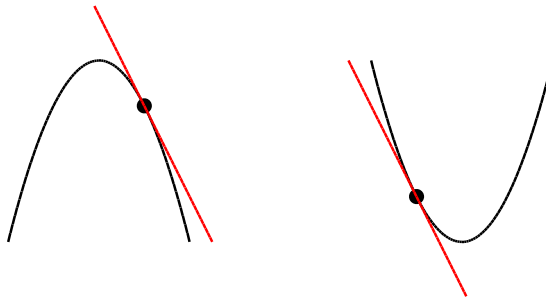
- 次に x 軸, y 軸との交点がある。特に交点があるかないか、交点の座標が 0 か正か負かというのを間違えるとグラフの概形が変わってしまう。



- 凹凸を調べる場合，変曲点も重要な点である。前回の演習問題では調べることを要求していないが，次の演習問題ではそれも調べて注意して描く必要がある。

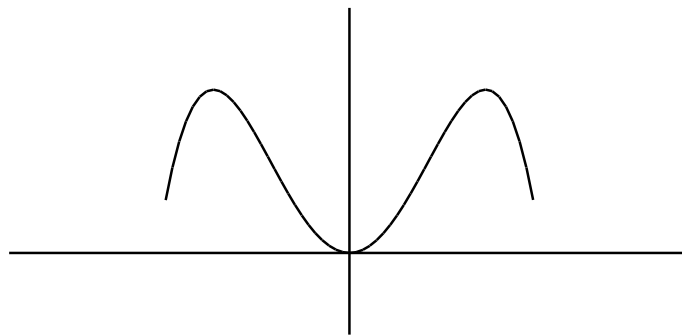


- 変曲点の前後では上に凸から下に凸にまたはその逆に変化する。上に凸のときは曲線の上に接線があり，下に凸のときは曲線の下に接線がある。ということは変曲点における接線は一方は曲線の上に，他方は曲線の下になる。このように曲線を描くことが必要である。
- 増減表で凹凸を調べているのに，曲線の概形にそれが反映されていないのは，そもそも凹凸を理解していないと思われる。変曲点のまわりは下図の様にはならない。



- その他グラフに特有な肝心なところがある場合がある。これは関数によって異なるが $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 等である。

- 以下間違いの典型を指摘する。
- まず、そもそも増減表を理解していないタイプ。微分はしているが増減表が書かれてない。グラフは点をプロットして書いたのだろうか。「増減表とは何か」ということから学習する必要がある。
- グラフは x 軸, y 軸ともに実数なので虚数解は「グラフの世界」にはない。増減表の中に虚数解を書くのは間違いである。



- x 軸と交わるのか交わらないのかというのは重要な情報である。それをあいまいにしてはいけない。
- 計算間違いは常にあるが、仮りに間違いをしても、 x 軸とどこで交わるか、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 等の情報と比較して整合性がなければ間違いに気がつく。すべての情報が整合的かどうかのチェックをすること。