

## 数学序論追加説明#14

- 凹凸についてもう一度説明する。
- 増減表を書いていない人：必ずしも増減表が書いてないとダメというわけではないが，増減表で調べることを調べてなければ，仮りにグラフがそれらしく書いてあっても 0 点である。  
「調べること」とは関数が増加・減少する区間，関数のグラフの凹凸など。  
実際には増減表を書いていない人はすべてこれらのことを調べていなかった。これらの人は演習に点数を付けるとすれば 0 点である。
- 凹凸を全く調べていない人がいる。凹凸・変曲点の概念を理解すること。  
「凹凸を調べよ」と言われているのに調べない場合，点数は採点基準にもよるが，0 点でも文句は言えない。
- 凹凸・変曲点を調べているのにグラフの概形に反映されていない人も上と同様。
- 演習問題 5.28(1) について説明する。

$y = f(x) = (x - 5)^4(x + 1)^3$  なので積の微分法を用いる。

$$\begin{aligned} y' &= 4(x - 5)^3(x + 1)^3 + 3(x - 5)^4(x + 1)^2 \\ &= (x - 5)^3(x + 1)^2\{4(x + 1) + 3(x - 5)\} \\ &= (x - 5)^3(x + 1)^2(7x - 11) \end{aligned}$$

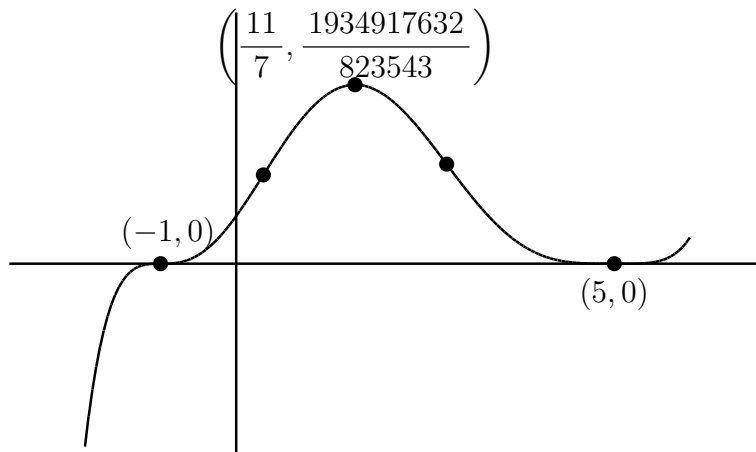
なので  $y' = 0$  を解いて  $x = -1, 5, \frac{11}{7}$  を得る。

$$y'' = 6(x - 5)^2(x + 1)(7x^2 - 22x + 7)$$

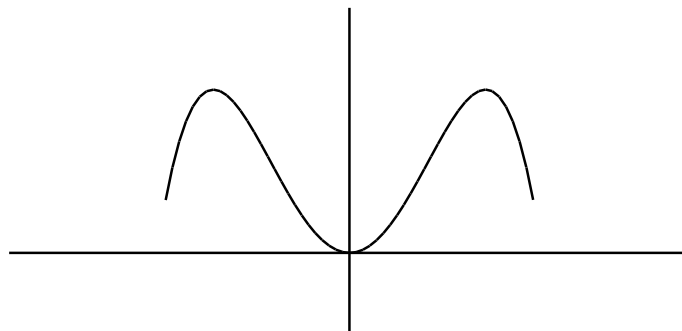
なので  $y'' = 0$  を解いて  $x = -1, 5, \frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}, \frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$  を得る。よって増減表は次の様になる。

$x$		-1		$\frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$		$\frac{11}{7}$		$\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$		5	
$y'$	+	0	+	+	+	0	-	-	-	0	+
$y''$	-	0	+	0	-	-	-	0	+	0	+
$y$	↗		↗		↗		↘		↘		↗

$x$  軸との交点は  $y = 0$  を解いて  $x = -1, 5$  である。 $y$  軸との交点は  $y$  に  $x = 0$  を代入して  $(-5)^4 = 5^4$  である。以上を考慮してグラフの概形を描くと次のようになっている。



- 以上であるが  $f\left(\frac{11}{7}\right), f\left(\frac{11-6\sqrt{2}}{7}\right), f\left(\frac{11+6\sqrt{2}}{7}\right)$  の計算を実行するのは大変である。  
そこで次のことを考える。
- 書くのはグラフの「概形」なのでグラフの極点, 変極点などがほんの少しずれても許容可能であろう。 $\frac{11}{7}$  は 2 より少し小さい
- 以下間違いの典型を指摘する。
- グラフは  $x$  軸,  $y$  軸ともに実数なので虚数解は「グラフの世界」にはない。増減表の中に虚数解を書くのは間違いである。



- $x$  軸と交わるのか交わらないのかというのは重要な情報である。それをあいまいにしてはいけない。
- 計算間違いは常にあるが、仮りに間違いをしても、 $x$  軸とどこで交わるか、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  等の情報と比較して整合性がなければ間違いに気がつく。すべての情報が整合的かどうかのチェックをすること。