# 数学序論に対する追加説明 ♯3

- 番号は format に基づいて正確に書くこと。
**番号が正しく書かれていないものは未提出とみなす。**
(**今回はホント**)

- 用紙を置く場所を間違えないこと。
**置く場所を間違えた解答は未提出とみなす。**
(**今回はホント**)

- **一般的な数学の学習の仕方について：**

  数学は論理の積み重ねであるから，要綱・演習問題で分からない所があれば，その部分より前に書いてあることの理解が不十分な訳である。例えば演習問題 1.8 で

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad a < x \implies b < x$$

  という命題の否定命題をつくれないときは,

  (1) 「$\forall x$」の否定の仕方が分からないなら，少し前の部分を見ればよいし,

  (2) 「$a < x \implies b < x$」の否定が分からないときは 1.1 節を見ればよい。

  この様に自分の分からない所を自分で見つけることは有効な学習の方法である。

  どこでやったか記憶にないときは，要綱を順にさかのぼりながら見て探すのも 1 つの方法である。

  勿論「他人に質問してはいけない」と言っているのではなく，自分で学習する態度をつくるために役立つ方法という意味である。

- 「どの様に書けばよいのか分からない」という質問をうけたので，このことに関して述べておく。
このようなときには 2 通りの場合が考えられる。

  (1) 本当に書き方**だけ**が分からない場合,

  (2) 内容の理解が不十分な場合,

である。

「どの様に書けばよいのか分からない」と質問してくる人の多くは (1) の書き方の問題ではなく，(2) の内容理解の問題である。

- (1) については前にも述べたが，自分の頭の中に，演習問題を解いている自分とは別に，**他人の立場で**その演習問題の解答を読んでいる自分を想定する。その他人である自分が，自分である自分の書いたものを読んで，**論理が追えて**正しいと思えたら OK。最初は慣れないと思うが，少し訓練するとできるようになると思う。他人として**融通のきかない** computer を想定するのも 1 つの方法である。

- 自分が内容を理解しているのか，してないのかを自分で正確に把握することは非常に重要である。それができると理解への道の 50%以上の場所にいると言える。

  自己把握に関して言うと次の様な段階が考えられる。

  (1) 理解してないのに理解していると誤解している。

  (2) 理解が不十分でそのことは自覚しているが，どこが理解できていないかを把握できていない。所謂「なんとなく分からない」状態。

  (3) 理解が不十分であることを自覚していて，どこが理解できていないかを把握している。

  (4) 正確に理解している。

  (2) を (3) に変える所が理解の最も重要な階梯だと言える。

- 演習問題 1.8 を解説する。

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad a < x \implies b < x$$

という命題を $P$ とする。$P$ の否定命題 $\neg P$ は

$$\exists x \in \mathbb{R} \ \ a < x \wedge x \leq b$$

となる。

「$a < b$」という命題を $Q$ とおく。$\neg P$ が真のとき

$$a < x \ \wedge \ x \leq b \quad \Longrightarrow \quad a < b$$

より $Q$ も真になる。よって

$$\neg P \implies Q$$

が成立する。この段階で $\neg P$ と $Q$ が同値としてしまった人が若干いたが，この段階では同値は示されていない。$Q \implies \neg P$ を示すことが必要である。そのためには $Q$ が真のとき $\neg P$ の性質をもつ $x$ を見つければよい。

$Q$ が真だとする。$x = \dfrac{a+b}{2}$ とおくと $a < x < b$ を満たす。よって

$$Q \implies \neg P$$

が成立する。以上により $\neg P$ と $Q$ は同値である。即ち

$$\neg P \quad \equiv \quad Q$$

が成立する。これより

$$P \quad \equiv \quad \neg Q$$

である。以上により $\neg Q$ が真のとき即ち $a \geq b$ のとき命題 $P$ は真であり，$a < b$ のとき偽であることが分かる。