線型解析 II 要綱 #9	2003–11–25	河野

4.5 行列式の計算 (II)

定理 4.18 を用いると行列式の計算の 2 つ目の方法 (展開) が得られる。
例で考える。

例 4.21 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix}$ を例えば 1 行目で展開すると

$$
\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} &= a_{11}\tilde{a}_{11} + a_{12}\tilde{a}_{12} + a_{13}\tilde{a}_{13} + a_{14}\tilde{a}_{14} \\
&= (-1)^{1+1}1\begin{vmatrix} 6 & 7 & 8 \\ 10 & 11 & 12 \\ 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}2\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 9 & 11 & 12 \\ 13 & 15 & 16 \end{vmatrix} \\
&\quad +(-1)^{1+3}3\begin{vmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 12 \\ 13 & 14 & 16 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4}4\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \\ 13 & 14 & 15 \end{vmatrix} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

2 行目で展開すると $\det(A) = a_{21}\tilde{a}_{21} + a_{22}\tilde{a}_{22} + a_{23}\tilde{a}_{23} + a_{24}\tilde{a}_{24}$ となる。一般に n 次行列 A に対し，$\det(A) = \sum_{s=1}^{n} a_{is}\tilde{a}_{is}$ を用いると i 行における展開，$\det(A) = \sum_{s=1}^{n} \tilde{a}_{is}a_{is}$ を用いると i 列に関する展開となる。

演習問題 4.11 この節の方法でテキストから 2 題問題を選び，行列式を計算せよ。ただし 4 次以上とする。