

演習問題 3.4 次の行列に基本変形を行なって標準形または準標準形にせよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ a & b & c & d \end{pmatrix} \quad \text{ただし, } a, b, c, d \text{ は自分の学生番号の下 4 桁。}$$

標準形に変形する方法は勿論 1 通りではなく、この解答例はあくまで例である。準標準形まで変形する。これを標準形に変形するのは難しくないだろう。(3) は省略。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2 \text{ 行}) \rightarrow (2 \text{ 行}) - 2 \times (1 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3 \text{ 行}) \rightarrow (3 \text{ 行}) - (1 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(4 \text{ 行}) \rightarrow (4 \text{ 行}) - (1 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1 \text{ 行}) \rightarrow (1 \text{ 行}) - (4 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1 \text{ 行}) \rightarrow (1 \text{ 行}) - (3 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1 \text{ 行}) \leftrightarrow (4 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2 \text{ 行}) \leftrightarrow (3 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{pmatrix} \xrightarrow{(4 \text{ 行}) \rightarrow (4 \text{ 行}) - (3 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3 \text{ 行}) \rightarrow (3 \text{ 行}) - (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(2 \text{ 行}) \rightarrow (2 \text{ 行}) - (1 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{(4 \text{ 行}) \rightarrow (4 \text{ 行}) - (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(3 \text{ 行}) \rightarrow (3 \text{ 行}) - (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2 \text{ 行}) \rightarrow \frac{1}{5} \times (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1 \text{ 行}) \rightarrow (1 \text{ 行}) - (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1 \text{ 行}) \leftrightarrow (2 \text{ 行})} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$