

演習問題 1.19 $E(\lambda)$ が V の部分空間になる事を示せ。

$T(\mathbf{0}) = \mathbf{0} = \lambda\mathbf{0}$ なので $\mathbf{0} \in E(\lambda)$ となる。(0 は固有ベクトルでない事に注意。 $E(\lambda)$ は λ に属する固有ベクトルと零ベクトルで構成されている。)

x, y を $E(\lambda)$ の任意の元とすると, $T(x) = \lambda x, T(y) = \lambda y$ が成立している。 $T(x+y) = T(x) + T(y) = \lambda x + \lambda y = \lambda(x+y)$ となるので, $x+y \in E(\lambda)$ が分かる。

x を $E(\lambda)$ の任意の元, α を K の任意の元とする。 $T(\alpha x) = \alpha T(x) = \alpha(\lambda x) = (\alpha\lambda)x = (\lambda\alpha)x = \lambda(\alpha x)$ となるので, $\alpha x \in E(\lambda)$ となる。