

演習問題 2.1 Schwarz の不等式から次の 3 角不等式を導け; 任意の  $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in R^n$  に対し

$$\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\| \leq \|\boldsymbol{x}\| + \|\boldsymbol{y}\|$$

が成立する。

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\|^2 &= (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}, \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}) \\ &= (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) + 2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) + (\boldsymbol{y}, \boldsymbol{y}) \\ &\leq \|\boldsymbol{x}\|^2 + 2\|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\| + \|\boldsymbol{y}\|^2 \\ &= (\|\boldsymbol{x}\| + \|\boldsymbol{y}\|)^2\end{aligned}$$

より 3 角不等式が成立する。