

**注意:** 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって、答案は単に「答」を書くだけでなく、「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。答案作成は数式も含め作文であるから、主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について：再履修者は10桁の在籍番号を書く事。2年生は出席番号(2桁ないし3桁)でよい。

**1** 演算の定義された集合  $(X, \cdot)$  が次の性質を持つとき群 (group) という。

(1) 結合法則を満たす。即ち任意の元  $a, b, c \in X$  に対し  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$  が成立する。

(2) 単位元  $e$  が存在する。即ちある元  $e$  が存在して任意の元  $a$  に対し  $a \cdot e = e \cdot a = a$  が成立する。

(3) 任意の元  $a$  に対しその逆元  $a^{-1}$  が存在する。即ち  $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$  となる元が存在する。このとき次の性質を持つ例をそれぞれ1つあげよ。

(1) 上の性質 (1), (2) を満たすが (3) を満たさない。

(2) 上の性質 (1), (3) を満たすが (2) を満たさない。

(3) 上の性質 (2), (3) を満たすが (1) を満たさない。

**2** 次が群になるかどうか調べよ。

(1)  $\mathbf{N}$  を自然数全体のつくる集合とし、演算は通常の加法を考える。

(2)  $\mathbf{Z}_6$  で、演算は和とする。

(3)  $\mathbf{Z}_p^* = \mathbf{Z}_p - \{0\}$  で、演算は積とする。ただし  $p$  は素数とする。

**3** 位数 6 の群の構造を決定せよ。

**4**  $F_4 = \{0, 1, \alpha, \alpha + 1\}$  を 4 元体とする。 $F_4[X]$  の元で最高次係数が 1 である既約な 2 次式を、理由を示しすべて列挙せよ。

**5** 8 元体の和と積の演算表を書け。

**6** 授業についての感想、数学について思う事などがあれば記せ (10)。