数理解析IIテスト

2001–2–15　河野

注意:採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

1 次の重積分について考える。ただし D は $y = x + 1$ と $y = x^2 - 1$ で囲まれる領域とする。

$$I = \iint_D (x+y)dxdy$$

(1) 重積分 I を y を先に積分する形の累次積分で表し，その後 I を求めよ。

(2) 重積分 I を x を先に計算する形の累次積分で表すために, 領域 D を 2 つの領域 D_1, D_2 に分け，それぞれの領域での積分を x を先にする形の累次積分で表せ。この方法で I を計算せよ。

2 次の重積分に $u = x + y, v = x - y$ とおいて変数変換を考える。

$$I = \iint_D \frac{(x-y)^2}{x+y}dxdy \quad D = \{\,(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \mid\ 1 \leqq x + y \leqq 2, -1 \leqq x - y \leqq 1\}$$

(1) D に対応する $u - v$ 平面の領域 E を求めよ。

(2) I を求めよ。

3 次の重積分について考える。

$$I = \iiint_D y dxdydz \quad D = \{\,(x,y,z) \in \boldsymbol{R}^3 \mid\ 0 \leqq x, 0 \leqq y, 0 \leqq z, x^2 + y^2 + z^2 \leqq 1\}$$

(1) $x = r\cos\theta\cos\varphi, y = r\cos\theta\sin\varphi, z = r\sin\theta$ とおくとき，この関数で D に対応する r, θ, φ 空間の領域 E を求めよ。

(2) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\varphi)}$ を求めよ。

(3) 変数変換が可能なための条件を満たしている事を言え。

(4) I を求めよ。