数理解析IIテスト

2003–2–18　　河野

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって，答案は単に「答」を書くだけでなく,「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから，主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 次の重積分について考える。ただし D は $y=-x-1$ と $y=-x^2+1$ で囲まれる領域とする。

$$I=\iint_D 6x\,dxdy$$

(1) D を縦線形 ($\{(x,y) \mid a \leqq x \leqq b, g_1(x) \leqq y \leqq g_2(x)\}$ の形のもの) の形で表せ。

(2) 重積分 I を y を先に積分する形の累次積分で表し，その後 I を求めよ。

(3) 重積分 I を x を先に計算する形の累次積分で表すために, 領域 D を 2 つの領域 D_1, D_2 に分ける。自分で D を適当な 2 つの領域 D_1, D_2 に分け，D_1, D_2 を横線形 ($\{(x,y) \mid c \leqq y \leqq d, h_1(y) \leqq x \leqq h_2(y)\}$ の形のもの) の形で表せ。

(4) それぞれの領域での積分を x を先にする形の累次積分で表し，この方法で I を計算せよ。

2 次の重積分において $x=r\sin\theta, y=r\cos\theta$ とおいて変数変換を考える。

$$I=\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,dxdy \qquad D=\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leqq 1, 0 \leqq x, y \leqq 0\}$$

(1) D に対応する (r,θ)–平面の領域 E を求めよ。

(2) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ。

(3) 変数変換が可能なための条件を満たしている事を示せ。

(4) I を求めよ。

裏にも問題あり

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の 3 重積分について考える。

$$I=\iiint_D z\,dxdydz \qquad D=\{\,(x,y,z)\,|\ \ 0 \leqq x \leqq 1, 0 \leqq x+y \leqq 1, 0 \leqq x+y+z \leqq 1\}$$

(1) この積分を累次積分の形に変形せよ (具体的な計算は実行しなくてもよい)。

(2) $u=x, v=x+y, w=x+y+z$ とおき変数変換を行う。このとき D に対応する (u,v,w)–空間の領域 E を求めよ。

(3) ヤコビアン $\dfrac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ を求めよ。また $\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ を求めよ。

(4) I を求めよ。