数理解析IIテスト

2004–2–24　河野

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって，答案は単に「答」を書くだけでなく,「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから，主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 変数の不定積分，定積分の定義を書け。またそれらの関連に関して説明せよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の積分が存在する場合は計算せよ。存在しないときはそのことを示せ。

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{x} dx$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の重積分について考える。ただし $D = \{0 \leqq y \leqq x \leqq 1\}$ とする。

$$I = \iint_D e^{-x^2} dxdy$$

(1) 領域 D を図示せよ。
(2) D をを横線形 ($\{\,(x, y) \mid\ c \leqq y \leqq d, h_1(y) \leqq x \leqq h_2(y)\}$ の形のもの) の形で表せ。
(3) 重積分 I を x を先に計算する形の累次積分で表せ (計算を実行しなくてもよい)。
(4) D を縦線形 ($\{\,(x, y) \mid\ a \leqq x \leqq b, g_1(x) \leqq y \leqq g_2(x)\}$ の形のもの) の形で表せ。
(5) 重積分 I を y を先に積分する形の累次積分で表せ。
(6) I を求めよ。

裏にも問題あり

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の重積分において $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とおいて変数変換を考える。

$$I = \iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy \quad D = \{(x,y) \mid \ x^2+y^2 \leqq 1, 0 \leqq x \leqq y\}$$

(1) 領域 D を図示せよ。
(2) D に対応する (r,θ)–平面の領域 E を求めよ。
(3) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ。
(4) 変数変換が可能なための条件を述べ，今の場合その条件が満たされている事を示せ。
(5) I を r,θ に関する重積分の形で書け。
(6) I を求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ 次の 3 重積分を計算せよ。

$$I = \iiint_D z dxdydz \quad D = \{(x,y,z) \mid \ 0 \leqq x \leqq y^2, z \leqq y \leqq 2z, 0 \leqq z \leqq 1\}$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ 講義についての感想，数学について思う事などがあれば記せ。