

解析学I第1回試験

2007-12-17

河野

- 注意:
- ・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
 - ・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
 - ・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
 - ・在籍番号欄について：再履修者は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

1 $y = f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ を定義に基づき微分せよ。

2 $y = \sin(x^2 \log x + x^3 e^x)$ を微分せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

3 $y = f(x) = \log x$ を $x = 1$ でテーラー展開することを考える。次の問いに答えながら、テーラー展開を求めよ。

(1) $f'(x)$ および $f''(x)$, $f^{(3)}(x)$ を求めよ。

(2) 自然数 n に対し $f^{(n)}(x)$ を予想し、それが正しいことを数学的帰納法で証明せよ。

(3) $y = f(x) = \log x$ を $x = 1$ でテーラー展開せよ。

4

$$z = x + y, s = x \cos y, t = x \sin y$$

について次の問いに答えよ。

(1) $\frac{D(s, t)}{D(x, y)}$ を求めよ。

(2) $\frac{D(x, y)}{D(s, t)}$ を求めよ。

(3) $\frac{\partial z}{\partial s}$ を求めよ。

(4) $\frac{\partial^2 z}{\partial s^2}$ を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

5 $z = f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ について次の問いに答えよ。

(1) $z = f(x, y)$ の臨界点 ($\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ かつ $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ となる点) を求めよ。

(2) $z = f(x, y)$ の極値及び極値をとる点を求めよ。

6 「 $f(x, y)$ が C^2 級 (2 階の偏導関数が存在して連続) ならば $f_{xy} = f_{yx}$ である。」ということは知られている。このことを用いて次を次を示せ。

(1) $z = f(x, y)$ が C^3 級ならば

$$z_{xxy} = z_{xyx} = z_{yxx}, \quad z_{yyx} = z_{yxy} = z_{xyy}$$

が成立する。

(2) $z = f(x, y)$ が C^n 級ならば

$$z_{\dots xy \dots} = z_{\dots yx \dots}$$

が成立する。ただし \dots 部分は同じとし、微分は全部で n 回されるものとする。

(3) $z = f(x, y)$ が C^n 級ならば n 階の導関数は x, y で微分した回数が同じであればその順序によらず決る。

7 授業についての感想、数学について思う事などがあれば記せ (10)。

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--