解析学 I 第 2 回試験

2008–2–17　　河野

注意:　・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に，数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
・在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x) = \dfrac{x^3 + 4x^2 + 8x + 16}{(x^2+4)(x+2)^2}$ を部分分数展開せよ。

(2) $I = \displaystyle\int f(x)dx$ を求めよ。ただし $\displaystyle\int \frac{1}{t^2+1}dt = \arctan t$ という事実を使用してもよい。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{2}}$ 不定積分

$$I = \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}}\,dx$$

を次にしたがって求めよ。

(1) $\sqrt{x^2-4}+x=t$ とおき，x を t を用いて表せ。

(2) $t-x$ を t を用いて表せ。

(3) $\dfrac{dx}{dt}$ を求めよ。

(4) 不定積分 I を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 関数 $y=f(x)$ が次の条件を満たすとき，関数が満たすべき微分方程式を求めよ。

曲線 $y=f(x)$ 上の点を P とする。P における法線が x 軸と交わる点を N，P から x 軸へ下ろした垂線の足を Q とすると線分 QN の長さが常に一定である。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 微分方程式

$$y''-2y'+2y=0$$

について次の問いに答えよ。

(1) 微分方程式を複素数値関数の範囲で解け。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学科		在籍番号		氏名	

(2) 微分方程式の実数値関数としての一般解を求めよ。一般解であることの証明はしなくてもよい。

(3) (2) で求めた解の中で $y(0) = 1,\ y'(0) = 2$ を満たす関数を求めよ。

(4) (2) の解が一般解であることを示せ。ただし次の定理は使用してよい。

微分方程式 $y'' + ay' + by = 0$ の解は存在する。また p, q を任意に与えたとき $y(0) = p,\ y'(0) = q$ を満たす解はただ 1 つである。