解析学I第2回試験

2009–1–30　河野

注意:
・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に，数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
・在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。再履修者以外は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

$\boxed{1}$ $z = f(x,y) = (x+1)^3(y+1)^4$ とする。$f(h,k)$ を $(0,0)$ で一番よく近似する n 次式 $g(h,k)$ とは，$g(h,k)$ が h,k に関する n 次式で，$\varepsilon(h,k) = \dfrac{f(h,k)-g(h,k)}{\left(\sqrt{h^2+k^2}\right)^n}$ とおくとき $\displaystyle\lim_{(h,k)\to(0,0)} \varepsilon(h,k) = 0$ が成立するときをいう。このとき次の問に答えよ。このとき「$\displaystyle\sum_{j=0}^{n} \frac{1}{j!} D^j f(x,y)$ が (x,y) で $f(x+h,y+k)$ を最もよく近似する n 次式である」という定理を用いてもよいが，用いずに出来るものは用いずに解答すること。

(1) $f(h,k)$ を $(0,0)$ で最もよく近似する 1 次式を求めよ。

(2) $f(h,k)$ を $(0,0)$ で最もよく近似する 2 次式を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学科		在番籍号		氏名	

$\boxed{\mathbf{2}}$ $z = x^3 + y^3, s = x + y, t = xy$ について次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{D(s,t)}{D(x,y)}$ を求めよ。

(2) $\dfrac{D(x,y)}{D(s,t)}$ を求めよ。

(3) $\dfrac{\partial z}{\partial s}$ を求めよ。

(4) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial s^2}$ を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ $z = f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 2y^2$ について次の問いに答えよ。

(1) $z = f(x,y)$ の臨界点 ($\dfrac{\partial z}{\partial x} = 0$ かつ $\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ となる点) を求めよ。

(2) $z = f(x,y)$ の極値及び極値をとる点を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の問に答えながら定円に内接する 3 角形のなかで面積最大のものを求めよ。

(1) 点 O を中心とする半径 r の円 O を考える。円周上に 3 点 A, B, C をとる。$\angle AOB = \theta, \angle BOC = \varphi$ とする。3 角形 ABC の面積を S とするとき S を θ, φ を用いて表せ。

(2) S を θ, φ に関する 2 変数関数 $f(\theta, \varphi)$ と考えたとき，$S = f(\theta, \varphi)$ の極値を求めよ。

(3) 円 O に内接する 3 角形の中で面積最大なものが存在することを示し，それを求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (10)。