

注意：・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。

・在籍番号欄について：2年生以上は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

1 次の問に答えよ。(問題は次ページにも続く)

(1)  $y = \frac{-x^4 + x^3 - 19x^2 + 10x - 91}{(x^2 + 9)^2(x - 1)}$  を部分分数展開せよ。

(2)  $J_2 = \int \frac{1}{(x^2 + 9)^2} dx$ ,  $J_1 = \int \frac{1}{(x^2 + 9)} dx$  とする。 $\frac{1}{x^2 + 9} = \frac{x^2 + 9}{(x^2 + 9)^2} = \frac{x^2}{(x^2 + 9)^2} + \frac{9}{(x^2 + 9)^2}$  の両辺を積分することにより  $J_2 = \frac{x}{18(x^2 + 9)} + \frac{1}{18} J_1$  を導け。

別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

(3)  $I = \int \frac{-x^4 + x^3 - 19x^2 + 10x - 91}{(x^2 + 9)^2(x - 1)} dx$  を求めよ。  $\int \frac{1}{t^2 + 1} dt = \arctan t$  を使用してもよい。

**2** 不定積分

$$I = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

を次にしたがって求めよ。  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$  とおく。

(1)  $\sin x = \sin 2\left(\frac{x}{2}\right)$  と考えることにより,  $\sin x$  を  $t$  を用いて表せ。途中で  $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1$  を使用するかもしれない。

(2)  $\frac{dt}{dx}$  を  $t$  を用いて表せ。

(3) 不定積分  $I$  を変数変換して  $t$  に関する不定積分の形に直せ。

(4) 不定積分  $I$  を求めよ。

3 微分方程式

$$y'' - 4y' + 4y = 0 \quad (*)$$

の一般解を求めよ。解く方法は何でもよいが、演算子法を用いるときは

$$D - \lambda = e^{\lambda x} D e^{-\lambda x}$$

が役に立つかもしれない。

別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

4 微分方程式

$$y'' - 4y' + 4y = \sin x \quad (**)$$

の一般解を求めよ。ただし，問題 3 の微分方程式 (\*) の解は既知としてよい。

- 5 曲線  $y = f(x)$  上の点を  $P$  とする。 $P$  における法線が  $x$  軸と交わる点を  $N$ ， $P$  から  $x$  軸へ下ろした垂線の足を  $Q$  とすると線分  $QN$  の長さが常に一定である。 $y = f(x)$  が満たす微分方程式を求めよ。

- 6 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (10)。