解析学 I 第 2 回試験

2014–1–27　河野

注意：・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に，数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。

・在籍番号欄について：2 年生以上は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 関数 $z = f(x,y) = \sin\left(x^2y^2\right)\log(x^2+y^2)$ に対し $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ を求めよ。微分の諸公式を使用してよい。

2 テーラーの定理とは

$$f(a+h,b+k) = \sum_{j=0}^{n-1}\frac{1}{j!}D^jf(a,b) + \frac{1}{n!}D^nf(a+\theta h, b+\theta k)$$

を満たす θ $(0<\theta<1)$ が存在するというものである。ここで $D^jf(a,b) = \sum_{r=0}^{j} {}_jC_r h^{j-r}k^r \dfrac{\partial^j}{\partial x^{j-r}\partial y^r}f(a,b)$ である。$f(a+h,b+k)$ を (a,b) で一番よく近似する 1 次式 $g(h,k)$ とは，$g(h,k)$ が h,k に関する 1 次式であり，$\varepsilon(h,k) = \dfrac{f(a+h,b+k)-g(h,k)}{\sqrt{h^2+k^2}}$ とおくとき $\lim_{(h,k)\to(0,0)}\varepsilon(h,k) = 0$ が成立するときをいう。

(1) $z = f(x,y) = e^xe^{2y}$ とするとき，$\sum_{j=0}^{1}\dfrac{1}{j!}D^jf(0,0) + \dfrac{1}{2!}D^2f(0+\theta h, 0+\theta k)$ を計算せよ。

(2) $z = f(x,y) = e^xe^{2y}$ とするとき，$f(h,k)$ を $(0,0)$ で最もよく近似する 1 次式 $g(h,k)$ を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学科		在番籍号		氏名	

$\boxed{\mathbf{3}}$ $z = x^3 + y^3, s = x + y, t = xy$ について次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{D(s,t)}{D(x,y)}$ を求めよ。

(2) $\dfrac{D(x,y)}{D(s,t)}$ を求めよ。

(3) $\dfrac{\partial z}{\partial s}$ を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ $z = f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}\left(2x^2+y^2\right)$ について次の問いに答えよ。

(1) $z = f(x,y)$ の臨界点 ($\dfrac{\partial z}{\partial x} = 0$ かつ $\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ となる点) を求めよ。

(2) $z = f(x,y)$ の極点を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題あり

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{5}}$ 縦・横・高さの和が一定の直方体には体積最大なものが存在することを示し，その最大の体積を持つ直方体がどのようなものか求めよ。

$\boxed{\mathbf{6}}$ 2 変数関数 $z = z(x, y)$ に対し $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とおくとき $\left(\dfrac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$ を $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ および $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を用いて表せ。