

注意：・答えは日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。

・在籍番号欄について：2 年生以上は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 $y = \sin(x^5 + x^3)e^{(x^4+x)}$ を微分せよ。 $(\sin x)' = \cos x$, $(e^x)' = e^x$ 等の諸公式を用いてよい。

2 関数 $y = f(x)$ に対し $x = a + h$, $\varepsilon(h) = \frac{f(a+h) - (A + Bh + Ch^2)}{h^2}$ とおく。 $\lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon(h) = 0$ が成立するとき $g(h) = A + Bh + Ch^2$ を $x = a$ で $y = f(x) = f(a+h)$ を近似する 2 次式という。
 $y = f(x) = \cos x$ とする。 $x = \frac{\pi}{4}$ で $y = f(x) = f\left(\frac{\pi}{4} + h\right)$ を近似する 2 次式を定義に基づいて求めよ。ロピタルの定理を使用してもよい。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

3 積の微分法 $[(f(x)g(x))]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ を証明せよ。

4 テーラーの定理とは

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + \frac{f^{(n)}(a+\theta(x-a))}{n!} (x-a)^n$$

を満たす θ ($0 < \theta < 1$) が存在する, というものである。 $R_n = \frac{f^{(n)}(a+\theta(x-a))}{n!} (x-a)^n$ を剰余項と呼ぶ。

剰余項 R_n を切り捨て $f(x)$ の近似値として, $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k$ を採用することにより近似計算をすることができる。このとき誤差の絶対値は $|R_n|$ である。

これを用いて $\cos \frac{3\pi}{16}$ の近似計算を行いたい。 $f(x) = \cos x, a = \frac{\pi}{4}$ としてこの方法を適用する。ただし, 誤差の絶対値が 10^{-2} より小さくなるように n を決定し, その n を用いて近似値を計算をせよ。近似値の中の π はそのままでもよい。また計算途中で $\pi < 4$ を使用してよい。

5 $y = f(x) = x^3 \log x$ を $x = 1$ でテーラー展開することを考える。次の問いに答えながら、テーラー展開を求めよ。

(1) $f'(x)$ および $f''(x)$, $f^{(3)}(x)$, $f^{(4)}(x)$ を求めよ。

(2) ある数以上の自然数 n に対し $f^{(n)}(x)$ を予想し、それが正しいことを数学的帰納法で証明せよ。

(3) $y = f(x) = x^3 \log x$ を $x = 1$ でテーラー展開せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

6 関数 $y = x^3 \log x$ のグラフの凹凸および変極点を調べ概形を書け。

7 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (5)。