

注意: 答えは日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について: 再履修者は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

- 1  $P, Q$  を命題とする。  $\neg P, P \wedge Q, P \vee Q, P \implies Q$  の真理表は次のようになっている。  $\neg(P \wedge Q)$  と  $\neg P \vee \neg Q$  が同値であることを真理表を用いて示せ。

$P$	$\neg P$
T	F
F	T

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

- 2 次において  $P$  は  $Q$  の「必要十分条件, 必要条件ではあるが十分条件ではない, 十分条件ではあるが必要条件ではない, 必要条件でも十分条件でもない」のいずれかであるか理由をつけて述べよ。ここで  $x, y$  は実数とする。

$$P: xy > 0, \quad Q: x > 0 \text{ かつ } y > 0$$

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学		在		氏	
科		番		名	
		籍			
		号			

3  $a, b$  は与えられた実数とする。

(1) 命題  $P$  を 任意の  $x \in \mathbb{R}$  に対し  $a < x \implies b < x$  とする。 $P$  の否定命題をつくれ。

(2)  $a$  と  $b$  がどのような関係にあるとき  $P$  が真になるか考察せよ。

4 4で割ると余りが3である自然数全体の集合を  $A$  とする。 $\mathbb{N}_0 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq 0\}$  とし、 $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{ある } k \in \mathbb{N}_0 \text{ が存在して } n = 4k + 3\}$  とするとき次が成立することを示せ。

(1)  $A \subseteq B$

(2)  $B \subseteq A$

(3)  $A = B$

裏にも問題あり。

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

5 写像  $f: X \rightarrow Y$  が単射であるとは、「任意の  $x, x' \in X$  に対し  $x \neq x'$  ならば  $f(x) \neq f(x')$  が成立する」ことである。このとき次の問いに答えよ。

(1) 「写像  $f: X \rightarrow Y$  が単射でない」という命題を「任意」と「存在」を用いて表せ。

(2)  $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  を  $f(1) = 3, f(2) = 2, f(3) = 1, f(4) = 3$  で定義する。このとき  $f$  が単射であるかどうか理由をつけて述べよ。

(3)  $f: X \rightarrow Y$  および  $g: Y \rightarrow Z$  が共に単射であるとき、 $g \circ f$  が単射かどうか調べ、そのことを証明せよ。

6 授業についての感想、数学について思う事などがあれば記せ (5)。