

- 注意: ・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
- ・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
 - ・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
 - ・在籍番号欄について: 2年生以上は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

- 1 P, Q を命題とする。 $\neg P, P \wedge Q, P \vee Q, P \implies Q$ の真理表は下のようになっている。 $P \wedge \neg Q, \neg P \wedge Q, P \vee \neg Q, \neg P \vee Q$ の中で $\neg(P \implies Q)$ と同値になるものがあるかどうかを真理表を用いて調べよ。

P	$\neg P$
T	F
F	T

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

- 2 a, b は与えられた実数とする。次の命題を P とする。

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad a \leq x \implies b < x$$

a, b がどのような関係にあるとき P が真になるかを調べよ。ここで \mathbb{R} は実数全体からなる集合である。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学科		在籍 籍号		氏 名	
----	--	----------	--	--------	--

3 $A = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{7k - 4 \mid k \in \mathbb{N}\}$, $C = \{21k - 11 \mid k \in \mathbb{N}\}$ とするとき $A \cap B = C$ が成立することを示せ。ただし \mathbb{N} は自然数全体の集合とする。

4 任意の自然数 n に対し $n(n^2 + 2)$ は 3 で割り切れることを数学的帰納法で証明せよ。

5 写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射であるとは,

$$\forall x_1, x_2 \in X \quad x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

が成立することである。写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射であるとは,

$$\forall y \in Y \exists x \in X \quad y = f(x)$$

が成立することである。このとき次の問いに答えよ。

(1) 「写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射でない」という命題を「任意 (\forall)」と「存在 (\exists)」を用いて表せ。

(2) 「写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射でない」という命題を「任意 (\forall)」と「存在 (\exists)」を用いて表せ。

(3) 写像 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x) = x^2$ で定義する。このとき f が全単射であるかどうか理由をつけて述べよ。ここで \mathbb{R} は実数全体のつくる集合である。

(4) 写像 $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ を $f(x) = x^2$ で定義する。このとき f が全単射であるかどうか理由をつけて述べよ。ここで $[0, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ である。なお $x \geq 0$ に対し \sqrt{x} が存在することは仮定してよい。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

6 次の連立方程式の解を求めよ。

$$x^3 - x + y = 0 \text{ かつ } y^3 + x - y = 0$$

7 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (10)。