

- 注意：・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
- ・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
- ・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
- ・在籍番号欄について：2年生以上は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

- 1 P, Q を命題とする。 $\neg P, P \wedge Q, P \vee Q, P \implies Q$ の真理値表は下のようになっている。 $((P \implies Q) \implies P) \implies P$ が恒真命題(常に真となる命題)であるかどうかを真理値表を用いて調べよ。

P	$\neg P$
T	F
F	T

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

- 2 n が自然数のとき $n(n^2 - 1)$ が 3 で割り切れることを数学的帰納法で証明せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学		在		氏	
科		籍		名	
		号			

- 3 平面のベクトル全体の集合を \mathbb{R}^2 と書く。 x_1, x_2 を平面のベクトルとする。ベクトルの組 x_1, x_2 が次の条件をみたすとき、 \mathbb{R}^2 を生成するという；

$$\forall x \in \mathbb{R}^2 \exists a, b \in \mathbb{R} \quad x = ax_1 + bx_2$$

- (1) 次のベクトルの組が \mathbb{R}^2 を生成するかどうか調べよ。

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- (2) 次のベクトルの組が \mathbb{R}^2 を生成するかどうか調べよ。

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4 次の連立方程式の解を求めよ。

$$x(1 - 2x^2 - y^2) = 0 \text{ かつ } y(1 - x^2 - 3y^2) = 0$$

5 X, Y を集合とし, $f: X \rightarrow Y$ とする。 A, B を X の部分集合とする。ここで $f(A) = \{y \in Y \mid \exists x \in A, y = f(x)\}$ と定義する。

$$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$$

を証明せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

6 写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射であるとは,

$$\forall x_1, x_2 \in X \quad x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

が成立することである。写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射であるとは,

$$\forall y \in Y \exists x \in X \quad y = f(x)$$

が成立することである。このとき次の問いに答えよ。

(1) 「写像 $f : X \rightarrow Y$ が単射でない」という命題を論理記号を用いて表せ。

(2) 「写像 $f : X \rightarrow Y$ が全射でない」という命題を論理記号を用いて表せ。

(3) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $f : A \rightarrow B$ を $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 5$ で定義する。このとき f が全単射であるかどうか理由をつけて述べよ。

(4) 写像 $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ を $f(x) = x^4$ で定義する。このとき f が全単射であるかどうか理由をつけて述べよ。ここで関数 $y = \sqrt{x}$ の存在は既知としてよい。

7 授業についての感想, 数学について思う事などがあれば記せ (5)。