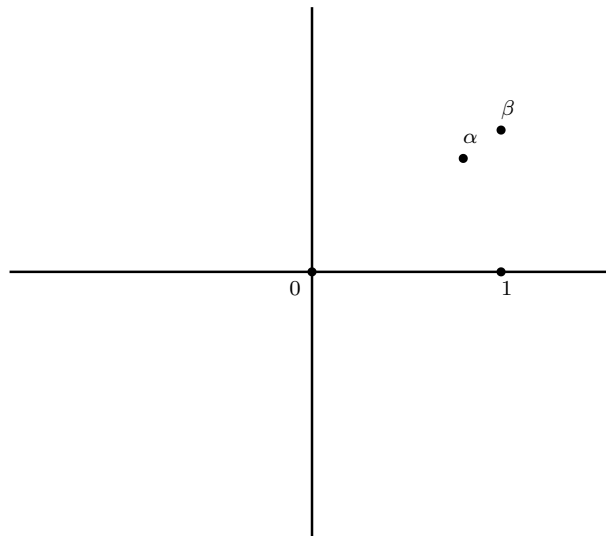


- 注意：・答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。
 ・採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。
 ・内容を理解せずに丸暗記していると判断されたものに対して大きく減点することがあるので注意すること。
 ・在籍番号欄について：2年生以上は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

- 1 複素平面内に α, β が下图の様に与えられている。 α, β を作図により複素平面に図示し、どの様に作図したか説明せよ。作図はフリーハンドでよいが、どの角とどの角が等しいか等の情報は図に書き入れること。



- 2 複素数 $z = x + iy$ に対し $\bar{z} = x - iy$ を z の共役複素数とする。 α, β を複素数とするとき

$$\overline{\alpha \cdot \beta} = \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$$

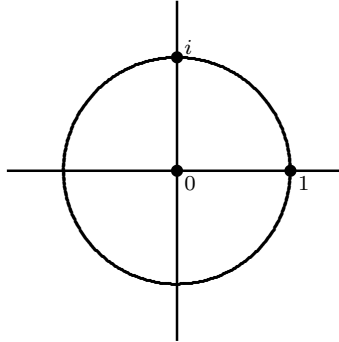
が成立することを示せ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学		在		氏	
科		籍		名	
		号			

3 次の問に答えよ。

(1) $z = e^{\frac{i}{3}} = \exp\left(\frac{i}{3}\right)$ とする。 z, z^2, z^3, z^4, z^5 を図示せよ。



(2) n を自然数とし, $z = e^{\frac{i}{n}} = \exp\left(\frac{i}{n}\right)$ とする。 z は第 1 象限にある。すなわち $z = a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) とするとき $a > 0, b > 0$ である。 z^2, z^3 も第 1 象限にあるとする。 z^4, z^5, \dots と順に次々に計算して行ったら、 z^{32} までは第 1 象限にあり、 z^{33} で初めて第 2 象限となった。このときの n を求めよ。ただし $\pi = 3.14$ とする。

4 和積公式

$$\sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

を証明せよ。ただし加法定理

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b, \quad \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

およびオイラーの公式 ($e^{ix} = \cos x + i \sin x$) と指数法則を用いてよい。

5 $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ とする。 z^{2015} を計算せよ。

6 a を正の実数とする。 n を自然数とすると a^n を次の様に定義する。

(1) $a^1 = a$

(2) 自然数 k に対して a^k が定義されているとき

$$a^{k+1} = a^k a$$

このとき自然数 m, n に対して指数法則

$$a^{m+n} = a^m a^n$$

が成立することを n に関する帰納法を用いて証明せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

7 対数の定義

$$y = \log_a x \iff x = a^y$$

および指数法則のみを用いて

$$\log_a p = \frac{\log_b p}{\log_b a}$$

を証明せよ。

8 次の式を簡単にせよ。

$$\arctan 3 + \arctan 4$$

$\tan x$ に関する加法定理

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

が必要かもしれない。