工業数学 I

2001–7–17　　河野

学科	在籍番号	氏名

問題は各人異なっているので，提出時に回答用紙に問題用紙をホッチキスでとめて両方提出する事。氏名は回答用紙・問題用紙両方に書く事。

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって，答案は単に「答」を書くだけでなく,「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから，主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

1 関数 $y = f(x)$ が任意の x について $f(-x) = f(x)$ を満たすとき偶関数といい，任意の x について $f(-x) = -f(x)$ を満たすとき奇関数という。偶関数と偶関数の積が偶関数である事を示せ。

2 次の積分を計算せよ。

$$\int_{-\ell}^{\ell} \cos \frac{\pi}{\ell} x \sin \frac{6\pi}{\ell} x dx$$

3 次のどちらか 1 題を選択して解け。ただし

$$f(x) = \begin{cases} \pi - x & (0 \leqq x \leqq \pi) \\ x + \pi & (-\pi < x < 0) \end{cases}$$

で周期は 2π とする。

(1) 周期 2ℓ の周期関数 $f(x)$ のフーリエ級数と

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\frac{n\pi}{\ell}x+b_n\sin\frac{n\pi}{\ell}x\right)$$

の形をしている。$f(x)$ に $\cos\dfrac{k\pi}{\ell}x, \sin\dfrac{k\pi}{\ell}x$ をかけて $-\ell$ から ℓ まで積分する事により係数 a_n, b_n を求める事ができる。この方法で a_n, b_n を求めよ。ただし，$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\cos mx\cos nx = \delta_{mn}$(クロネッカーのデルタ)，$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\sin mx\sin nx = \delta_{mn}$，$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\sin mx\cos nx = 0$ 等は用いて良い。

(2) 周期 2ℓ の周期関数 $f(x)$ の複素フーリエ級数とは

$$\sum_{n=0}^{\infty}c_n e^{i(n\pi/\ell)x}$$

の形をしている。
$f(x)$ に $e^{i(k\pi/\ell)x}$ をかけて $-\ell$ から ℓ まで積分する事により係数 c_n を求める事ができる。この方法で c_n を求めよ。ただし，$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}e^{imx}e^{inx} = \delta_{mn}$(クロネッカーのデルタ) は用いて良い。

$\boxed{\mathbf{4}}$ パーセバルの等式とは

$$\frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell}\{f(x)\}^2dx=\frac{a_0^2}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)$$

の形のものをいう。またその複素形は

$$\frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell}\{f(x)\}^2dx=2c_0^2+\sum_{n=1}^{\infty}4c_nc_{-n}$$

の形をしている。問題$\boxed{3}$の $f(x)$ にどちらかを適用して等式を導出せよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (10)。