線形解析 I テスト (1 次)

2002–7–18　　河野

1. 問題の文中の四角 ($\boxed{1}$, $\boxed{2}$ など) には特に指示がない限り，数字 (0〜9)，符号 (– または ±)，文字 (a〜f) のうちの一つが入るか，または空欄である。空欄の場合または**適当な選択肢がない場合**はマークシートの g を塗りつぶすこと。

2. 整数値を答える場合には，符号も含めて右詰めで書くこと。

3. 解答欄が分数の形の場合は，既約分数で答えよ。(特に整数は分母が 1 の分数と考える。) 符号は分子に付けること。分母に付けてはならない。

例えば $\dfrac{\boxed{3}\,\boxed{4}\,\boxed{5}}{\boxed{6}\,\boxed{7}\,\boxed{8}}$ に, $-\dfrac{21}{3}$ と答えたいときは, $\dfrac{-21}{3}$ としてマークシートの「3 ウ」の「-」,「4 エ」の「2」,「5 オ」の「1」,「6 カ」の「g」,「7 キ」の「g」,「8 ク」の「3」を塗りつぶすこと。

4. 問題文の途中又は最後に $[m/n]$ と書いてある問題に関しては，n 題中 m 題以上正解しなければその問題の点数は 0 点となる。例えば [2/4] の場合，4 つの設問のうち 1 問正解しても 0 点である。$[n/n]$ は完全回答を意味する。

5. 学年・クラス・番号の部分は以下のように記入する事。学年欄は学科選択欄とする。機械システムは「1」，電気電子は「2」，情報システムは「3」，化学システムは「4」，機能材料は「5」，土木開発は「6」を選択する事。クラス欄は入学年度欄とする。西暦入学年下 2 桁を記入する事。番号欄は出席番号欄とする。2 桁の人は 3 桁目「0」を選択する事。

[1] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}^2$ は $\begin{pmatrix} 1 & 4 & \boxed{1} \\ 2 & \boxed{2} & 2 \\ \boxed{3} & 5 & 9 \end{pmatrix}$ である。[3/3]

[2] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列は $\begin{pmatrix} \boxed{4}\,\boxed{5} & \boxed{6}\,\boxed{7} & \boxed{8}\,\boxed{9} \\ 0 & \boxed{10}\,\boxed{11} & \boxed{12}\,\boxed{13} \\ 0 & 0 & \boxed{14}\,\boxed{15} \end{pmatrix}$ である。[10/12]

[3] 次の W が部分空間をなすときは a を，部分空間をなさないときは b を選択せよ。(1)–$\boxed{16}$, (2)–$\boxed{17}$, (3)–$\boxed{18}$, (4)–$\boxed{19}$, (5)–$\boxed{20}$,(6)–$\boxed{21}$, (7)–$\boxed{22}$, (8)–$\boxed{23}$　[7/8]

(1) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 - x_2 + x_3 = 0 \right\}$ (2) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 - x_2 + x_3 = 1 \right\}$

(3) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 + x_2 = 0 \right\}$ (4) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 + x_2 = x_3 x_1 \right\}$

(5) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 x_2 = x_2 x_3 \right\}$ (6) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x_1 + x_2 = 0, x_2 - 3x_3 = 0 \right\}$

(7) $W = \boldsymbol{R}^3$　　(8) $W = \{\mathbf{0}\}$

[4] 次のベクトルの組が 1 次独立なときは a を，1 次独立でないときは b を選択せよ。(1)–$\boxed{24}$, (2)–$\boxed{25}$, (3)–$\boxed{26}$, (4)–$\boxed{27}$, (5)–$\boxed{28}$, (6)–$\boxed{29}$, (7)–$\boxed{30}$　[6/7]

(1) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\0\\3\end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix}$

(7) $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

[5] 次のベクトルの組が W の基底であるときは a を，そうでないときは b を選択せよ。(1)–$\boxed{31}$, (2)–$\boxed{32}$, (3)–$\boxed{33}$, (4)–$\boxed{34}$, (5)–$\boxed{35}$ である。 [4/5]

(1) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, W = \boldsymbol{R}^3$

(2) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}, W = \boldsymbol{R}^3$

(3) $\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}, W = \left\{ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x+y+z=0 \right\}$

(4) $\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}, W = \left\{ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x-2y+z=0 \right\}$

(5) $\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, W = \left\{ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x+y+z=0, x-2y+z=0 \right\}$

[6] 次の部分空間の次元を考える。[3/4]

(1) $W = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x+5y+z=0 \right\}$ の次元は $\boxed{36}$ 次元である。

(2) $W = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x+2y+3z=0 \right\}$ の次元は $\boxed{37}$ 次元である。

(3) $W = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x+4y-z=0, 2x+3y+z=0 \right\}$ の次元は $\boxed{38}$ 次元である。

(4) $W = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; x + 4y - z = 0, 2x + 3y + z = 0, x + y + z = 0 \right\}$ の次元は $\boxed{39}$ 次元である。

[7] 次の行列の階数を考える。[4/5]

(1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{40}$ である。 (2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{41}$ である。

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{42}$ である。 (4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{43}$ である。

(5) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ の階数は $\boxed{44}$ である。

[8] 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の行列式は $\boxed{45}\,\boxed{46}$ である。また行列 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ の行列式は $\boxed{47}\,\boxed{48}$ である。[2/4]

[9] 行列 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値は小さい順に $\boxed{49}\,\boxed{50}$, $\boxed{51}\,\boxed{52}$, $\boxed{53}\,\boxed{54}$ である。ただし重解の場合はその個数だけ書く事。[4/6] またそれらに対応する固有ベクトルはそれぞれ, $\begin{pmatrix} \boxed{55}\,\boxed{56} \\ \boxed{57}\,\boxed{58} \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \boxed{59}\,\boxed{60} \\ \boxed{61}\,\boxed{62} \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \boxed{63}\,\boxed{64} \\ \boxed{65}\,\boxed{66} \\ 1 \end{pmatrix}$ である。ただし 1,2,3 番目の固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ 1,2,3 番目に書く事。[8/12]

1 次試験合格者のみが 2 次試験受験資格を有する。今回の 1 次試験不合格者を対象に 1 次試験の再試験を A–104 教室において 7 月 25 日 (木) 午前 10:30〜12:00 に行う。