

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって、答えは単に「答」を書くだけでなく、「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから、主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について: 再履修者は10桁の在籍番号を書く事。1年生は出席番号(多くは2桁)でよい。

1  $K^4$  の部分空間で  $\{0\}$  と  $K^4$  と異なり、 $\langle x \rangle$  ( $x$  は  $K^4$  のあるベクトル) の形でもない  $W$  を自分で1つ指定し次に答えよ。

- (1)  $W$  が  $\{0\}$  と  $K^4$  と異なっている事を示せ。
- (2)  $W$  が  $\langle x \rangle$  の形をしていない事を示せ。
- (3)  $K^4$  の部分集合  $U$  が部分空間である事の定義を述べよ。
- (4)  $W$  が部分空間である事を示せ。

2 ベクトル空間  $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^4 \mid x - y + z + w = 0 \right\}$  の基底候補を自分で1つ選び

出し、次を示せ。ただし、基底候補の1番目のベクトルは  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  とする。

- (1) それらが、一次独立である事を示せ。
- (2) それらが、 $V$  を生成する事を示せ。
- (3)  $V$  の次元は幾らか。理由をつけて答えよ。

裏にも問題あり

3 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$  に対し次の問に答えよ。

(1)  $A$  が定める線型写像を  $f_A$  とするとき,  $\text{Im}(f_A)$  を求めよ。

(2)  $\text{Ker}(f_A)$  を求めよ。

4 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$  が正則であるための条件を求め, 逆行列を求めよ。

5 ベクトル空間  $V$  からベクトル空間  $W$  への写像  $f$  が線型写像である事の定義を述べよ。  
また  $f$  が線型写像のとき  $f(0) = 0$  となる事を示せ。

6 授業についての感想, 数学について思う事などがあれば記せ (10)。