

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって、答案は単に「答」を書くだけでなく、「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから、主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について: 再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

卒業を目指している 4 年生及び卒研着手を目指している 3 年生へ: 該当の学生は解答の最初に目立つようにその旨を書いて下さい。該当の学生の解答を先に採点します。

- 1 曲線 $y = f(x)$ 上の点を P とする。 P における法線が x 軸と交わる点を N , P から x 軸へ下ろした垂線の足を Q とすると線分 QN の長さが常に一定であるとき次の問に答えよ。
- (1) $y = f(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。
 - (2) 上で求めた微分方程式を解き、一般解を求めよ。
 - (3) 曲線 $y = f(x)$ が $(1, 1)$ 及び $(2, \sqrt{3})$ を通るとき、 $f(x)$ を求めよ。

裏にも問題有り。別紙にも問題有り

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

2 次の微分方程式を解く事を考える。

$$y'' - 4y' + 5y = e^x$$

ただし独立変数は x とする。

- (1) 微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = 0$ の一般解を, 複素数値関数の範囲で求めよ。なおその解が一般解である事のチェックもきちんとしてすること。
- (2) 微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = e^x$ の一般解を, 複素数値関数の範囲で求めよ。なおその解が一般解である事のチェックもきちんとしてすること。
- (3) 微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = e^x$ の一般解を, 実数値関数の範囲で求めよ。なおその解が一般解である事のチェックもきちんとしてすること。

ただし次の定理は使用してよい。

定理 微分方程式 $y'' + ay' + by = f(x)$ (a, b は定数) に対し初期値 a_0, a_1 を任意に与えたとき, $y(0) = a_0, y'(0) = a_1$ を満たす微分方程式の解が唯 1 つ存在する。

3 連立微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y - z \quad \frac{dy}{dt} = -2x + 6y - 2z \quad \frac{dz}{dt} = -x + 2y + z$$

を考える。ここで、 $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) A の固有値を求めよ。
- (2) A の固有ベクトル v_1, v_2, v_3 で 1 次独立なものを求めよ。またそのベクトルの組が 1 次独立である事を示せ。
- (3) 上の固有ベクトルを 3 つ並べてできる行列を P とするとき、 P^{-1} を求めよ。
- (4) $P^{-1}AP$ を求めよ。
- (5) $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = y = P^{-1}x$ と置き、 y に関する微分方程式を求めよ。
- (6) (5) の微分方程式を解け。
- (7) 与えられた微分方程式を解け。

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--