

注意: 答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に、数式のみで説明がないときには仮に数式が正解でも満点とならないことがある。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について: 再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & b \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} v \\ w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とするとき次の間に答えよ。

(1) $a = 1, b = 0$ のとき A の階数を求めよ。

(2) 連立 1 次方程式

$$Ax = b$$

に解が存在するための条件を求めよ。解が存在するときそれをパラメータ表示せよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学		在		氏	
科		籍		名	
		号			

2 次から 1 題選択して答えよ。

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ に対し K^4 から K^4 への線型写像 T_A を $T_A(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ で定義する。このとき $\text{Ker}(T_A)$

および $\text{Im}(T_A)$ の基底を求めよ。勿論基底であることの証明は必要である。

(2) $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \end{pmatrix}$ とし A の 1 列目と 2 列目を入れ換えて、さらにその行列の 2 列目の 2 倍を 3 列目に加えてできる行列を B とする。

$$W(A) = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in K^4 \mid A\boldsymbol{x} = 0 \right\}, \quad W(B) = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in K^4 \mid B\boldsymbol{x} = 0 \right\}$$

とおくとき $W(A)$ と $W(B)$ の間には一対一対応が存在するが、どのような一対一対応か述べよ。

(3) F を 3 項数ベクトル 3 個の組 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3$ に対しスカラーを対応させる写像とする。 F が (1) 多重線型性と (2) 交代性を満たすとき $F(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3) = F(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3) \det(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$ となることを示せ。

3 次の行列式を計算せよ。ただし結果は因数分解した形で記述せよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

裏にも問題有り

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

4 行列式

$$\begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x_2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x_4 \end{vmatrix}$$

を 2 行目に関して展開せよ。3 次行列の行列式はそのままの形で記述し、計算しなくてよい。

5 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (10)。