線型代数 I 第 1 回試験

2006–6–30　　河野

注意:　答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に，数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 n を自然数とする。ベクトル $\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z}$ を n 項数ベクトルとするとき結合法則

$$(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})+\boldsymbol{z}=\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})$$

が成立することを示せ。

2 $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}$ のそれぞれと直交する長さ 1 の 4 項数ベクトルを求めよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{3}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ が正則 (逆行列をもつ) であるための必要十分条件を求めよ。また正則のとき逆行列を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ n は 2 以上の自然数とする。$A_n = (a_{ij})$ を n 次行列とする。ただし a_{ij} は $a_{i\,i+1} = 1$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ を満たし，これ以外は 0 であるものとするとき次の問いに答えよ。。

(1) $n = 3, 4$ の場合 A_n がどのような行列か書き下せ。

(2) この行列に対し A_3^3，A_4^4 を計算せよ (計算過程も書くこと)。

(3) この行列に対し A_n^n を計算せよ。

裏にも問題有り

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{5}}$ 次の行列 A とベクトル $\boldsymbol{b}$ に対し連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つための必要十分条件を求めよ。また解をもつとき解をパラメータ表示せよ。ただし a, q, r は定数であり，ただし解ベクトル $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} v \\ w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とする。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (5)。

線型代数 I 第 1 回試験 (別枠)

2006–6–28　　河野

注意: 答案は日本語として理解可能なものである事。数式に対し説明が必要な場合に，数式のみで説明がないときには仮に数式が正しくても満点とならないことがある。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては**白紙答案より低い点数になる**場合がある。careless miss でそのような事はないが,「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

在籍番号欄について：再履修者は 10 桁の在籍番号を書く事。1 年生は出席番号 (多くは 2 桁) でよい。

1 n を自然数とする。ベクトル $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ を n 項数ベクトル, α を実数とするとするとき分配法則

$$\alpha(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}) = \alpha\boldsymbol{x} + \alpha\boldsymbol{y}$$

が成立することを示せ。

2 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ のそれぞれと直交する長さ 1 の 4 項数ベクトルを求めよ。

裏にも問題あり。別紙にも問題あり

学科		在番籍号		氏名	

$\boxed{\mathbf{3}}$ $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ が正則 (逆行列をもつ) であるための必要十分条件を求めよ。また正則のとき逆行列を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ n は 2 以上の自然数とする。$A_n = (a_{ij})$ を n 次行列とする。ただし a_{ij} は $a_{i\,i+1} = 1$ $(i = 1, \ldots, n-1)$, $a_{n1} = 1$ を満たし，これ以外は 0 であるものとする。

(1) $n = 2, 3, 4$ の場合 A_n がどのような行列か書き下せ。

(2) この行列に対し A_3^2, A_3^3，A_4^2, A_4^3, A_4^4 を計算せよ。

(3) この行列に対し A_n^n を計算せよ。

裏にも問題有り

学科		在籍番号		氏名	

$\boxed{\mathbf{5}}$ 次の行列 A とベクトル $\boldsymbol{b}$ に対し連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つための必要十分条件を求めよ。また解をもつとき解をパラメータ表示せよ。ただし a, p, q は定数であり，解ベクトル $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} v \\ w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とする。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ 授業についての感想，数学について思う事などがあれば記せ (5)。