

注意: 「答」そのものは採点の対象にはしない。「答」に至る過程を採点の対象にする。したがって、答案は単に「答」を書くだけでなく「答」に至るまでの経緯を論理的に論述する事。

答案作成は数式も含め作文であるから、主語・述語・テニヲハ・句読点等に十分注意する事。

証明なしで定理・命題を使用するときはその正確な内容を明示する事。

採点は減点法を採用する。つまり間違いの内容によっては白紙答案より低い点数になる場合がある。careless miss でそのような事はないが、「分からなくても適当に何か書いておけ」という姿勢で回答するとそうなることがある。

1 次の問に答えよ。

(1) W が線型空間 V の部分空間である事の定義を述べよ。

(2) $V = \mathbf{R}^4$, $W = \left\{ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \right\}$ とするとき W が V の部分空間である事を示せ。

(3) ベクトルの組 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ が 1 次独立である事の定義を述べよ。

(4) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ が 1 次独立である事を示せ。

(5) ベクトルの有限集合 S が線型空間 W の基底である事の定義を述べよ。

(6) $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ とする。ただし $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ は (4) のものとする。 S が W の基底である事を示せ。

裏にも問題あり

学 科		在 番 籍 号		氏 名	
--------	--	------------------	--	--------	--

- 2 $V = C^\infty(\mathbf{R}; \mathbf{R})$ を実数で定義された実数に値をとる C^∞ 級関数のつくる集合とする。また $W = \{y \in V \mid y'' - 4y' + 5y = 0\}$ を V の元であって線型微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = 0$ の解関数となるもの全体がつくる集合とする。次の問に答えよ。ただし次の定理は使用してよい。
定理： 初期値 $y(0) = a_0, y'(0) = a_1$ を 1 組与えると、その初期値を持つ微分方程式 $y'' + ay' + by = 0$ の解関数が唯 1 つ存在する。
- (1) W が V の部分空間である事を示せ。
 - (2) y_1 を $y_1(0) = 1, y_1'(0) = 1$ となる W の元とする。 y_2 を $y_2(0) = 1, y_2'(0) = -1$ となる W の元とする。 y_1, y_2 が 1 次独立である事を示せ。
 - (3) $S_0 = \{y_1, y_2\}$ とするとき、 S_0 が W の基底である事を示せ。
 - (4) S_0 とは異なる W の基底 S を自分で選び、それが実際に基底である事を示せ。