

工業数学 II 冬休みレポートに関する助言その2

- 前の「助言」で「有理関数は極を除き連続」と書いたせいか、「... は有理関数だから極を除き連続」を答としている人がいましたが、その通りかも知れないけれど、今の場合、関数が具体的に与えられているのですから、その極はどこにあるのか特定しなければ答になっていません。
- 前の「助言」で「 xy 平面上の領域 D において定義された二変数関数 $F(x, y)$ に対して ...」と書いたせいか、レポートに盛んに「 D で ...」と書いている人がいましたが、「助言」では一般的に述べるためにそう書いてあるだけで、レポートでは D が複素平面全体の場合とか複素平面から原点を除いた領域とかの場合に使うことになります。 D が何のときに「助言」に書いてあることを適用するかは自分で決めねばなりません。その場合 D は任意の領域ではなく具体的に決まっているので、 D などという記号は不要でしょう。
- 「助言」中の「 $\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}(a, b) & \frac{\partial u}{\partial y}(a, b) \\ \frac{\partial v}{\partial x}(a, b) & \frac{\partial v}{\partial y}(a, b) \end{pmatrix} \neq O$ 」は、「零行列と等しくない」という意味であって、ヤコビ行列の4つの成分のうち一つでも0でない成分があればOKです。逆に言えば成分が一つや二つ0であっても「等角写像でない」とはまだ言えません。また、行列と行列式を混同して、行列式が0でないという条件だと勘違いしている人もいました。

- 偏導関数 $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}$ が存在して D で連続 $\Rightarrow x, y$ の二変数関数として D の各点で微分可能 はより正確に書けば

偏導関数 $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}$ が存在して $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}$ が D で連続 $\Rightarrow x, y$ の二変数関数として F が D の各点で微分可能 です。

スペースの都合でやや省略した書き方になったのが仇になって誤解した人が何人かいたようです。ついでに言うとも変数でも二変数でも $\boxed{\text{微分可能} \Rightarrow \text{連続}}$ が成り立ちますが逆は必ずしも言えません。つまり連続でも微分可能とは限りません。問題1の(8)がその例になっています。